Średnia średniej nierówna

Uśrednianie orbit meteorów

Radek Poleski

Obserwatorium Astronomiczne Uniwersytetu Warszawskiego

28.02.2009 / XXV Seminarium PKiM

Plan

1. O orbitach meteorów
2. Tradycyjne podejście
3. Nowsza metoda
4. Metoda Jopek *et al.*

Inspiracaja

Mon. Not. R. Astron. Soc. **371,** 1367–1372 (2006)

Calculation of the mean orbit of a meteoroid stream

T. J. Jopek,★† R. Rudawska and H. Pretka-Ziomek
Instytut Astronomii UAM, ul. Sloneczna 36, Pl 60-286 Poznań, Poland

Accepted 2006 June 28. Received 2006 June 27; in original form 2006 June 5

Inspiracaja

Mon. Not. R. Astron. Soc. **371,** 1367–1372 (2006)

Calculation of the mean orbit of a meteoroid stream

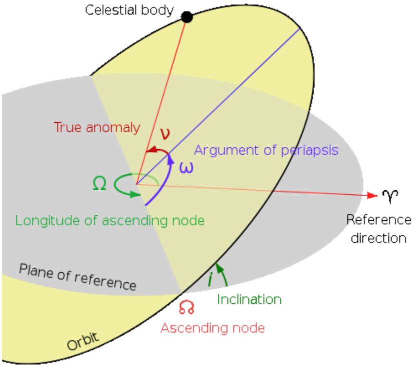
T. J. Jopek,★† R. Rudawska and H. Pretka-Ziomek
Instytut Astronomii UAM, ul. Sloneczna 36, Pl 60-286 Poznań, Poland

Accepted 2006 June 28. Received 2006 June 27; in original form 2006 June 5

★E-mail: jopek@amu.edu.pl
†Send offprint request to: Lech Kaczyński, Belweder, Polska.

Parametry orbit meteorów:

- kształt – mimośród (e),
- wielkość – wielka półoś (a), jej odwrotność ($1/a$) lub odległość w peryhelium ($q = a \cdot (1 - e)$),
- umiejscowienie płaszczyzny w przestrzeni – dwa katy (i, Ω),
- orientacja na płaszczyźnie (ω),
- umiejscowienie w czasie – moment przejścia przez peryhelium (T).



Parametry orbit — podsumowanie

- Jest 6 parametrów: rozmiary (a, e), położenie (i, Ω, ω), czas (T).
- Istnieje dowolność w wyborze parametrów.

Czy można opisać orbitę meteoru przy pomocy 4 parametrów?

Tak, można!

Parametry geocentryczne

Mamy 4 parametry geocentryczne:

- Rektascencja radiantu (α_G),
- Deklinacja radiantu (δ_G),
- Prędkość geocentryczna (V_G),
- Długość ekliptyczna Słońca ($\lambda_\odot$).

Do tego 2 (!) warunki: w momencie pojawienia się meteoru przecina on ekliptykę i jest od Słońca w takiej odległości jak Ziemia.

Uśrednianie

Liczymy średnie arytmetyczne parametrów orbitalnych: a, e, i, ω, Ω.

Możemy też policzyć średnie arytmetyczne: $1/a$, e, i, ω, Ω.
Albo: $1/a$, q, i, ω, Ω.
A nawet: q, Q, i, ω, Ω.

Uśrednianie

Liczymy średnie arytmetyczne parametrów orbitalnych: a, e, i, ω, Ω.

Możemy też policzyć średnie arytmetyczne: $1/a$, e, i, ω, Ω.
Albo: $1/a$, q, i, ω, Ω.
A nawet: q, Q, i, ω, Ω.

Problem pierwszy i najważniejszy

Dla każdej orbity zachodzi:

$$q = a(1 - e)$$

ale dla średnich:

$$\langle q \rangle \neq \langle a \rangle \left(1 - \langle e \rangle\right)$$

Wniosek:
Tak policzone średnie nie definiują orbity.

Problem pierwszy — przykłady

- Przykład matematyczny:
  Mamy liczby 1 i 3. Ich średnia to 2.
  Średni kwadrat: $\frac{1}{2}\left(1^2+3^2\right)=\frac{1}{2}(1+9)=5$
  Ale $2^2 \neq 5$
- 72 Orionidy:
  - $\langle a\rangle = 28.7$ AU
  - $\langle 1/a\rangle =$ 1/AU
  - $\langle e\rangle = 0.944$
  - $\langle a\rangle \cdot (1-\langle e\rangle) =$ AU
  - $\langle q\rangle =$ AU
  - $\langle 1/a\rangle^{-1}(1-\langle e\rangle) =$ AU

Problem pierwszy — przykłady

- Przykład matematyczny:
  Mamy liczby 1 i 3. Ich średnia to 2.
  Średni kwadrat: $\frac{1}{2}\left(1^2+3^2\right)=\frac{1}{2}(1+9)=5$
  Ale $2^2 \neq 5$
- 72 Orionidy:
  - $\langle a \rangle = 28.7$ AU
  - $\langle 1/a \rangle =$ 1/AU
  - $\langle e \rangle = 0.944$
  - $\langle a \rangle \cdot (1-\langle e \rangle) =$ AU
  - $\langle q \rangle =$ AU
  - $\langle 1/a \rangle^{-1} (1-\langle e \rangle) =$ AU

Problem pierwszy — przykłady

- Przykład matematyczny:
  Mamy liczby 1 i 3. Ich średnia to 2.
  Średni kwadrat: $\frac{1}{2}\left(1^2+3^2\right)=\frac{1}{2}(1+9)=5$
  Ale $2^2 \neq 5$
- 72 Orionidy:
  - $\langle a\rangle = 28.7$ AU
  - $\langle 1/a\rangle = 0.101$ 1/AU
  - $\langle e\rangle = 0.944$
  - $\langle a\rangle \cdot (1-\langle e\rangle) =$ AU
  - $\langle q\rangle =$ AU
  - $\langle 1/a\rangle^{-1}(1-\langle e\rangle) =$ AU

Problem pierwszy — przykłady

- Przykład matematyczny:
  Mamy liczby 1 i 3. Ich średnia to 2.
  Średni kwadrat: $\frac{1}{2}\left(1^2+3^2\right)=\frac{1}{2}(1+9)=5$
  Ale $2^2 \neq 5$
- 72 Orionidy:
  - $\langle a\rangle = 28.7$ AU
  - $\langle 1/a\rangle = 0.101$ 1/AU
  - $\langle e\rangle = 0.944$
  - $\langle a\rangle \cdot (1-\langle e\rangle) =$ AU
  - $\langle q\rangle =$ AU
  - $\langle 1/a\rangle^{-1}(1-\langle e\rangle) =$ AU

Problem pierwszy — przykłady

- Przykład matematyczny:
  Mamy liczby 1 i 3. Ich średnia to 2.
  Średni kwadrat: $\frac{1}{2}\left(1^2+3^2\right)=\frac{1}{2}(1+9)=5$
  Ale $2^2 \neq 5$
- 72 Orionidy:
  - $\langle a\rangle = 28.7$ AU
  - $\langle 1/a\rangle = 0.101$ 1/AU
  - $\langle e\rangle = 0.944$
  - $\langle a\rangle \cdot (1-\langle e\rangle) = 1.62$ AU
  - $\langle q\rangle =$ AU
  - $\langle 1/a\rangle^{-1}(1-\langle e\rangle) =$ AU

Problem pierwszy — przykłady

- Przykład matematyczny:
  Mamy liczby 1 i 3. Ich średnia to 2.
  Średni kwadrat: $\frac{1}{2}\left(1^2+3^2\right)=\frac{1}{2}(1+9)=5$
  Ale $2^2 \neq 5$
- 72 Orionidy:
  - $\langle a\rangle = 28.7$ AU
  - $\langle 1/a\rangle = 0.101$ 1/AU
  - $\langle e\rangle = 0.944$
  - $\langle a\rangle \cdot (1-\langle e\rangle) = 1.62$ AU
  - $\langle q\rangle = 0.606$ AU
  - $\langle 1/a\rangle^{-1}(1-\langle e\rangle) =$ AU

Problem pierwszy — przykłady

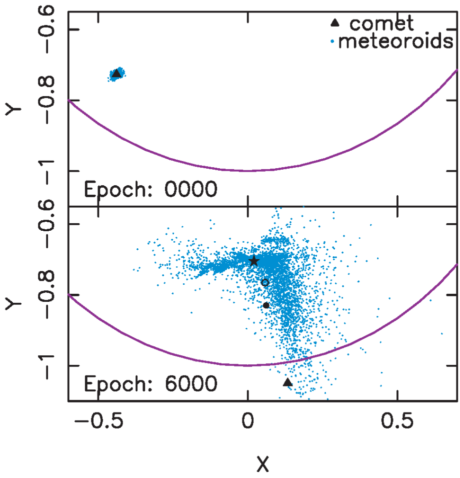
- Przykład matematyczny:
  Mamy liczby 1 i 3. Ich średnia to 2.
  Średni kwadrat: $\frac{1}{2}\left(1^2+3^2\right)=\frac{1}{2}(1+9)=5$
  Ale $2^2 \neq 5$
- 72 Orionidy:
  - $\langle a \rangle = 28.7$ AU
  - $\langle 1/a \rangle = 0.101$ 1/AU
  - $\langle e \rangle = 0.944$
  - $\langle a \rangle \cdot (1 - \langle e \rangle) = 1.62$ AU
  - $\langle q \rangle = 0.606$ AU
  - $\langle 1/a \rangle^{-1} (1 - \langle e \rangle) = 0.557$ AU

Problem pierwszy — przykłady

- Przykład matematyczny:
  Mamy liczby 1 i 3. Ich średnia to 2.
  Średni kwadrat: $\frac{1}{2}\left(1^2+3^2\right)=\frac{1}{2}(1+9)=5$
  Ale $2^2 \neq 5$
- 72 Orionidy:
  - $\langle a\rangle = 28.7$ AU
  - $\langle 1/a\rangle = 0.101$ 1/AU
  - $\langle e\rangle = 0.944$
  - $\langle a\rangle \cdot (1-\langle e\rangle) = 1.62$ AU
  - $\langle q\rangle = 0.606$ AU
  - $\langle 1/a\rangle^{-1}(1-\langle e\rangle) = 0.557$ AU

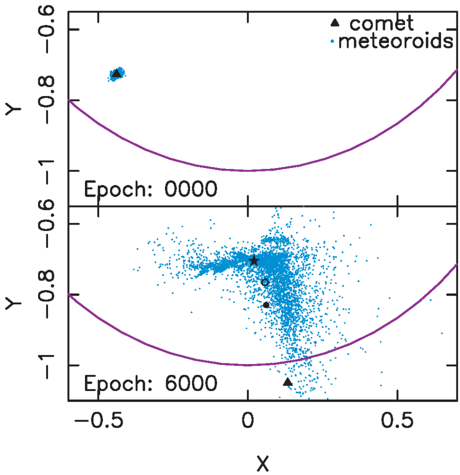
Kolejne problemy

2. Niezgodność patametrów heliocentrycznych i geocentrycznych.
3. Średnia orbita nie przecina się z orbitą Ziemi.
4. Nieznana epoka na którą wyznaczono średnią orbitę (perturbacje).



Kolejne problemy

2. Niezgodność patametrów heliocentrycznych i geocentrycznych.
3. ~~Średnia orbita nie przecina się z orbitą Ziemi.~~
4. Nieznana epoka na którą wyznaczono średnią orbitę (perturbacje).



Metoda Voloschuka i Kashcheeva

Liczymy średnią ważoną elementów geocentrycznych.
Wagi zależne są od kryterium Drummonda.
Przeliczamy elementy geocentryczne na heliocentryczne.

Problem nr 4 pozostaje.
Przeliczenie orbit na jedną epokę nie pomaga.

Metoda Voloschuka i Kashcheeva

Liczymy średnią ważoną elementów geocentrycznych.
Wagi zależne są od kryterium Drummonda.
Przeliczamy elementy geocentryczne na heliocentryczne.

Problem nr 4 pozostaje.
Przeliczenie orbit na jedną epokę nie pomaga.

Metoda Voloschuka i Kashcheeva

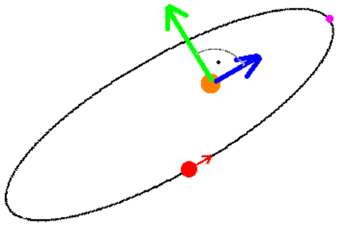
Liczymy średnią ważoną elementów geocentrycznych.
Wagi zależne są od kryterium Drummonda.
Przeliczamy elementy geocentryczne na heliocentryczne.

Problem nr 4 pozostaje.
Przeliczenie orbit na jedną epokę nie pomaga.

Wektory

- Wektor momentu pędu $\boldsymbol{h}$
- Wektor Lenza $\boldsymbol{e}$

Wektory muszą być prostopadłe — mamy 5 niezależnych składowych. Jednoznacznie określają energię całkowitą ciała.



Dla wytrwałych

Oznaczamy orbitę średnią przez $O_s = (\boldsymbol{h}_0, \boldsymbol{e}_0, E_0)^T$.
Pierwsze przybliżenie otrzymujemy uśredniając wektory $\boldsymbol{h}_0$ i $\boldsymbol{e}_0$ dla orbit z danego roju.
Dalej proces iteracyjny:

$$\Delta O_s = \mathbf{R}^{-1} t$$

gdzie:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{10} & -\frac{4}{\mu^2} h_{10} E_0 \\ 0 & N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{20} & -\frac{4}{\mu^2} h_{20} E_0 \\ 0 & 0 & N & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{30} & -\frac{4}{\mu^2} h_{30} E_0 \\ 0 & 0 & 0 & N & 0 & 0 & 0 & -h_{10} & -2e_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N & 0 & 0 & -h_{20} & -2e_{20} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N & 0 & -h_{30} & -2e_{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N & 0 & 2\frac{\boldsymbol{h}_0^2}{\mu^2} \\ -e_{10} & -e_{20} & -e_{30} & -h_{10} & -h_{20} & -h_{30} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{4}{\mu^2} h_{10} & -\frac{4}{\mu^2} h_{20} & -\frac{4}{\mu^2} h_{30} & -2e_{10} & -2e_{20} & -2e_{30} & \frac{2}{\mu^2} \boldsymbol{h}_0^2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Dla bardziej wytrwałych

oraz

$$t = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{N} (h_{10} - h_{1i}) \\ \sum_{i=1}^{N} (h_{20} - h_{2i}) \\ \sum_{i=1}^{N} (h_{30} - h_{3i}) \\ \sum_{i=1}^{N} (e_{10} - e_{1i}) \\ \sum_{i=1}^{N} (e_{20} - e_{2i}) \\ \sum_{i=1}^{N} (e_{30} - e_{3i}) \\ \sum_{i=1}^{N} (E_0 - E_1) \\ \boldsymbol{h}_0 \cdot \boldsymbol{e}_0 \\ \boldsymbol{e}_0^2 - \frac{2E_0}{\mu^2} \boldsymbol{h}_0^2 - 1 \end{pmatrix}$$

Zmiany mogą sięgać 2 AU w wielkiej półosi orbity i 0.5 stopnia w elementach kątowych.

Kliknij, aby zakończyć prezentację...

Errata

$$\mathbf{R} =$$

$$\begin{pmatrix}
N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{10} & -\frac{4}{\mu^2} h_{10} E_0 \\
0 & N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{20} & -\frac{4}{\mu^2} h_{20} E_0 \\
0 & 0 & N & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{30} & -\frac{4}{\mu^2} h_{30} E_0 \\
0 & 0 & 0 & N & 0 & 0 & 0 & -h_{10} & -2 e_{10} \\
0 & 0 & 0 & 0 & N & 0 & 0 & -h_{20} & -2 e_{20} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N & 0 & -h_{30} & -2 e_{30} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N & 0 & 2 \frac{\boldsymbol{h}_0^2}{\mu^2} \\
-e_{10} & -e_{20} & -e_{30} & -h_{10} & -h_{20} & -h_{30} & 0 & 0 & 0 \\
-\frac{4}{\mu^2} h_{10} E_0 & -\frac{4}{\mu^2} h_{20} E_0 & -\frac{4}{\mu^2} h_{30} E_0 & -2 e_{10} & -2 e_{20} & -2 e_{30} & \frac{2}{\mu^2} \boldsymbol{h}_0^2 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$